

Всесибирская открытая олимпиада школьников

2025-2026 г.г. по математике

Заключительный этап. 8 класс

Время написания работы 4 астрономических часа. Решения всех задач оцениваются из 7 баллов

- 8.1. У Антона дома живут четыре кота: Борис, Виталий, Геннадий и Дмитрий. Известно, что Виталий весит больше Бориса и Геннадия вместе взятых. Кроме того, Виталий с Борисом вместе весят столько же, сколько Геннадий и Дмитрий вдвоём, но Дмитрий с Борисом вместе весят больше Виталия и Геннадия вместе взятых. Определите, в каком порядке могут быть расположены все коты по весу.
- 8.2. В клетки таблицы 10×10 расставили все натуральные числа от 1 до 100. Петя записал себе в тетрадку 10 чисел: произведение всех чисел из первой строки, произведение всех чисел из второй, и так далее. Вася аналогично записал себе 10 произведений чисел по столбцам. Может ли оказаться, что какое-то из чисел Пети делится на каждое из чисел Васи?
- 8.3. В одной из клеток поля 3×5 зарыт клад. Разрешается выбрать несколько прямоугольников, у которых стороны идут по линиям сетки поля, и накрыть каждый из них своим детектором (они могут касаться и даже пересекаться). После того, как все детекторы будут выложены, их можно одновременно включить. После включения каждый детектор будет показывать, находится ли клад в одной из клеток под ним. Какое минимальное количество детекторов понадобится, чтобы однозначно установить, в какой клетке зарыт клад?
- 8.4. Дан ромб $ABCD$, в котором $\angle ABC = 100^\circ$. Точка P выбрана на отрезке CD таким образом, что $\angle PBC = 20^\circ$. Точка Q на диагонали AC такова, что $QP \parallel AD$. Докажите, что $BP = AQ$.
- 8.5. В некотором классе учатся n школьников, каждая пара из которых либо дружит, либо враждует. Известно, что $12 \leq n \leq 28$. Кроме того, у любой пары врагов есть ровно два общих друга, а у любой пары друзей общих друзей нет вовсе. Чему может быть равно n ?